

# ECOLE DES HAUTES ETUDES COMMERCIALES D'ALGER

**Module** : Statistique de gestion

**Niveau** : 1<sup>ère</sup> Année Master TC

**Groupes** : 1, 2, 3, 4, 5, 6 et 7

**Année académique** : 2011/2012

**Date** : 29/01/2012 **Durée** : 2 heures



**Equipe pédagogique** :

KHERRI Abdenacer

BELAID Dehbia

BENLAMARA Houcine

BECHERAIR Omrane

## EXAMEN

- Les documents autorisés sont : la table de la loi normal et la table de la loi de Student.
- Usage strictement personnel des calculatrices.
- Le soin et la présentation des copies d'examen seront pris en considération.

**Ce sujet comporte 4 pages numérotées [ 1 sur 4 ] à [ 4 sur 4 ], l'étudiant doit traiter obligatoirement la première partie (théorique), et un thème au choix parmi les deux thèmes proposés dans la deuxième partie (pratique).**

### PREMIERE PARTIE ( THEORIQUE )

[ 05 Points ]

1. Définir les termes suivants : "Population", "Echantillon", "Tirage exhaustif", "Intervalle de confiance". [ 02 Points ]
2. Quelles sont les méthodes d'échantillonnage ? [ 01 Point ]
3. Expliquer brièvement ce qu'est le processus d'inférence statistique. [ 01 Point ]
4. Combien d'échantillons de  $n$  éléments peuvent être isolés d'une population de  $N$  éléments ? [ 01 Point ]

### DEUXIEME PARTIE ( PRATIQUE )

[ 15 Points ]

#### THEME N° 01 :

#### EXERCICE N° 01 :

[ 04 Points ]

On considère une urne qui contient quatre boules rouges et six boules blanches, Soit  $X$  la variable aléatoire qui représente le nombre de boules rouges obtenues après cinq tirages avec remise.

1. Déterminer la loi distribution de probabilité de  $X$ . [ 01 Point ]
2. Calculer  $E(X)$  et  $V(X)$ . [ 01 Point ]
3. Calculer la probabilité de tirer au moins une boule rouge. [ 01 Point ]
4. Calculer les probabilités  $P(X \geq 0)$ ,  $P(1 \leq X \leq 4)$  et  $P(X > 5)$ . [ 01 Point ]

**EXERCICE N° 02 :****[ 04 Points ]**

Soit  $X$  une variable aléatoire représentant une population, supposée être distribuer normalement  $N(\mu = 100 ; \sigma = 6)$ , on extrait un échantillon de taille  $n = 9$ .

Calculer la probabilité que la moyenne de l'échantillon soit inférieure à **104**. [ 02 Points ]

Soit  $P_1, P_2$  deux populations indépendantes,  $P_1 = \{3, 7, 8\}$  et  $P_2 = \{2, 4\}$ .

Vérifier que :

- $E(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) = E(\bar{X}_1) - E(\bar{X}_2)$ . [ 01 Point ]
- $\sigma^2_{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)} = \sigma^2_{(\bar{X}_1)} + \sigma^2_{(\bar{X}_2)}$ . [ 01 Point ]

**EXERCICE N° 03 :****[ 07 Points ]**

Une entreprise fabrique des pots de peinture, on se propose d'étudier la masse moyenne des pots et les variations de la quantité d'un certain produit **A** contenu dans chaque pot.

**Partie A :** On suppose que la production totale de l'entreprise est très importante, que la masse moyenne des pots est de **2 kg**, que l'écart-type est égal à **50 g**. On appelle  $X$  la variable aléatoire qui à tout échantillon de **40 pots** (que l'on peut supposer être obtenu avec remise) associe la masse moyenne en kg des pots.

1. Calculer  $(X \in [1,99 ; 2,02])$ . [ 02 Points ]
2. Déterminer le réel  $a$  tel que  $P(\mu \in ]2 - a ; 2 + a]) = 0,95$ . [ 02 Points ]

**Partie B :** Un client a contrôlé le poids de **100** pots lors d'une livraison de grande quantité de pots, il a obtenu les résultats suivants :

Masse des pots en Kg	Effectifs
[1,97 ; 1,98[	07
[1,98 ; 1,99[	17
[1,99 ; 2,00[	25
[2,00 ; 2,01[	24
[2,01 ; 2,02[	18
[2,02 ; 2,03[	9

1. Donner une estimation ponctuelle de la moyenne des masses et de l'écart-type. [ 02 Points ]
2. Donner une estimation par un intervalle de confiance de la moyenne des masses avec un coefficient de confiance de **95 %**. [ 01 Point ]

**Remarque :**  $\mu = m =$  la moyenne de la population

**THEME N° 02 :**

**EXERCICE N° 01 :**

**[ 05 Points ]**

Un institut de sondage a interrogé de façon aléatoire un échantillon de  $n = 120$  électeurs d'une grande ville et a constaté que **48 %** d'entre eux veulent que Mr Khattab devienne le maire de leur ville.

1. Donner une estimation ponctuelle du pourcentage  $\pi$  de tous les électeurs de cette ville qui vont voter pour Mr Khattab. [ 01 Point ]
2. Quelle est la loi de probabilité suivie par la distribution d'échantillonnage de la fréquence. [ 01 Point ]
3. Estimer avec un intervalle de confiance à **90 %** la fréquence  $\pi$  des votants pour Mr Khattab. [ 01 Point ]
4. Déduire, à ce niveau de confiance, la probabilité pour que Mr Khattab soit élu maire de cette ville. [ 01 Point ]
5. Quelle doit être la taille minimale  $n$  de l'échantillon qui permet d'estimer cette fréquence de **48 %** à **3 %** près seulement, sachant que le degré de précision doit d'être d'au moins **98 %**. [ 01 Point ]

**EXERCICE N° 02 :**

**[ 10 Points ]**

Afin de réorganiser le service d'urgence d'une clinique vétérinaire, on a enquêté par sondage avec un échantillon aléatoire et exhaustif de  $n = 17$  jours sur l'ensemble de l'année écoulée (  $N = 365$  jours ). On a obtenu, pour le nombre de cas qui relèvent de ce service, les résultats synthétiques suivants :

Cas urgents constatés : $x_i$	3	4	5	7	9
Nombre de jours : $n_i$	3	4	6	3	1

1. Déterminer la moyenne  $\bar{X}$  et l'écart type  $s$  pour cet échantillon. [ 02 Points ]
2. Donner une estimation ponctuelle de la moyenne  $\mu$  et de l'écart type  $\sigma$  de tous les cas graves de l'année écoulée. [ 01 Point ]
3. Déduire l'estimation du nombre total de cas graves annuels dans cette clinique. [ 01 Point ]

On admet que la population du nombre de cas graves annuels suit une loi normale.

4. Quelle est la loi de probabilité suivie par la distribution d'échantillonnage de la moyenne. [ 01 Point ]

5. Estimer avec un intervalle de confiance à **95 %** la moyenne des cas graves annuels. [ 01 Point ]
6. Déduire le nombre maximum de cas graves annuels attendus à ce niveau de confiance. [ 01 Point ]

Pour s'assurer du caractère normal de cette population, on tire au hasard **20** autres jours pour avoir un échantillon plus conséquent de **n = 37 jours** ; et on trouve les mêmes caractéristiques pour **X** et **s**

7. Quelle est la loi de probabilité suivie par la distribution d'échantillonnage de la moyenne ? [ 01 Point ]
8. Réestimer avec un intervalle de confiance à **95 %** la moyenne annuelle des cas graves. [ 01 Point ]
9. Comparer les deux estimations obtenues et commenter les résultats. [ 01 Point ]