ECOLE DES HAUTES ETUDES COMMERCIALES D'ALGER

Module : Statistique de gestion
Niveau : 1ère Année Master TC
Groupes : 1, 2, 3, 4, 5, 6 et 7
Année académique : 2011/2012
Date : 29/01/2012 **Durée :** 2 heures

HEC ALGER
Entreprendre et Innover

Equipe pédagogique :
KHERRI Abdenacer
BELAID Dehbia
BENLAMARA Houcine
BECHERAIR Omrane

CORRIGE TYPE DE L'EXAMEN

PREMIERE PARTIE (THEORIQUE) [05 Points]

1. Définition des termes suivants : [02 Points]
   "Population" : Ensemble que l'on observe et qui sera soumis à une analyse statistique, chaque élément de cet ensemble est un individu ou unité statistique.
   "Echantillon" : Un sous ensemble de la population considérée, le nombre d'individus dans l'échantillon est la taille de l'échantillon.
   "Tirage exhaustif" : Tirage sans remise.
   "Intervalle de confiance" : Intervalle qui permet de définir une marge d'erreur entre les résultats d'un sondage et un relevé de la population.
2. Les méthodes d'échantillonnage sont : les méthodes probabilistes et les méthodes non probabilistes. [01 Point]
3. L'inférence statistique c'est le processus d'utilisation des données d'un échantillon pour estimer ou tester des hypothèses sur les caractéristiques d'une population. [01 Point]
4. Si le tirage est avec remise on pout isoler $\boldsymbol{N^n}$ échantillons, et si le tirage est sans remise on peut isoler $\boldsymbol{C_N^n}$ échantillons. [01 Point]

DEUXIEME PARTIE (PRATIQUE) [15 Points]

EXERCICE N° 01 : [04 Points]

1. La loi distribution de probabilité de **X** est la loi **BINOMIALE** (on répète **5** fois l'épreuve **BERNOULLI** avec deux éventualités, succès : l'obtention d'une boule rouge et échec : l'obtention d'une boule blanche) donc $\boldsymbol{X \to \mathcal{B}(5\ ;\ 0,4)}$. [01 Point]

2. $\boldsymbol{E(X) = np = (5).(0,4) = 2}$
   $\boldsymbol{V(X) = npq = (5)(0,4)(0,6) = 1.2}$ [01 Point]

3. $\boldsymbol{P(X \geq 1) = P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) = 0,92224}$ [01 Point]

X_i	$P(X_i)$
0	$P(X=0)=C_5^0p^0q^{5-0}\approx 0{,}07776$
1	$P(X=1)=C_5^1p^1q^{5-1}\approx 0{,}2592$
2	$P(X=2)=C_5^2p^2q^{5-2}\approx 0{,}3456$
3	$P(X=3)=C_5^3p^3q^{5-3}\approx 0{,}2304$
4	$P(X=4)=C_5^4p^4q^{5-4}\approx 0{,}0768$
5	$P(X=5)=C_5^5p^5q^{5-5}\approx 0{,}01024$

4. $\boldsymbol{P(X\geq 0)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)+P(X=4)+P(X=5)=1}$

$\boldsymbol{P(1\leq X\leq 4)=P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)+P(X=4)=0,912}$ [01 Point]

$\boldsymbol{P(X>5)=0}$

<u>EXERCICE N° 02</u> : [04 Points]

$X\to N(100\,;6)$ $\bar{X}\to N(100\,;\frac{6}{\sqrt{9}})$ $T\to N(0\,;1)$

Calcule de la probabilité que la moyenne de l'échantillon soit inferieur à **104**.

$$P(\bar{X}<104)=P\left(\frac{\bar{X}-\mu_{\bar{X}}}{\sigma_{\bar{X}}}<\frac{104-100}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\right)=P\left(T<\frac{4}{\frac{6}{\sqrt{9}}}\right)=P\left(T<\frac{4}{2}\right)=P(T<2)$$

$$=0{,}977$$

2/ $E(\bar{x}_1)=(3+7+8)/3=6$; $E(\bar{x}_2)=(2+4)/2=3.$

$\Rightarrow E(\bar{x}_1)-E(\bar{x}_2)=6-3=3$

$E(\bar{x}_1-\bar{x}_2)=(1+5+6-1+3+4)/3=3=E(\bar{x}_1)-E(\bar{x}_2)$

$\sigma^2_{(\bar{X}1)}=(3^2+7^2+8^2)/3-6^2=14/3$

$\sigma^2_{(\bar{X}2)}=(2^2+4^2)/2-3^2=1=3/3 \Rightarrow \sigma^2_{(\bar{X}1)}+\sigma^2_{(\bar{X}2)}=17/3$

$\sigma^2_{(\bar{X}1-\bar{X}2)}=(1^2+5^2+6^2+1^2+3^2+4^2)/6-3^2=17/3=\sigma^2_{(\bar{X}1)}+\sigma^2_{(\bar{X}2)}$

$\bar{X}_1 - \bar{x}_2$		$\bar{x}_1$		
		3	7	8
$\bar{X}_2$	2	1	5	6
	4	-1	3	4

EXERCICE N° 03 : [04 Points]

Partie A :

$$P(X \in [1{,}99\,; 2{,}02]) = P(1{,}99 \leq X \leq 2{,}02) = P\left(\frac{1{,}99 - \mu_{\bar{X}}}{\sigma_{\bar{X}}} \leq \frac{X - \mu_{\bar{X}}}{\sigma_{\bar{X}}} \leq \frac{2{,}02 - \mu_{\bar{X}}}{\sigma_{\bar{X}}}\right)$$

$\mu_{\bar{X}} = \mu = 2$

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{0{,}05}{\sqrt{40}} \approx 0{,}008$$

$P\left(\frac{1{,}99-\mu_{\bar{X}}}{\sigma_{\bar{X}}} \leq \frac{X-\mu_{\bar{X}}}{\sigma_{\bar{X}}} \leq \frac{2{,}02-\mu_{\bar{X}}}{\sigma_{\bar{X}}}\right) = P\left(\frac{1{,}99-2}{0{,}008} \leq T \leq \frac{2{,}02-2}{0{,}008}\right) = P(-1{,}25 \leq T \leq 2{,}5) =$

$P(T \leq 2{,}5) - P(T \geq -1{,}25) = P(T \leq 2{,}5) - [1 - P(T \leq 1{,}25)] = 0{,}9938 -$

$(1 - 0{,}8943) = 0{,}9938 - 0{,}1057 = 0{,}8881$ [01 Point]

On a : $\mu \in \left]\bar{X} - \varepsilon_\alpha \sigma_{\bar{X}}\,, \bar{X} + \varepsilon_\alpha \sigma_{\bar{X}}\right[$

Donc le réel "**a**" dans ce cas : $\boldsymbol{a = \varepsilon_\alpha \sigma_{\bar{X}}}$

$\alpha = 0{,}05$ donc $\varepsilon_\alpha = 1{,}96$

$\boldsymbol{a = \varepsilon_\alpha \sigma_{\bar{X}} = (1{,}96)(0{,}008) = 0{,}01568}$ [01 Point]

Partie B :

Masse des pots en Kg	Effectifs
[1,97 ; 1,98[	07
[1,98 ; 1,99[	17
[1,99 ; 2,00[	25
[2,00 ; 2,01[	24
[2,01 ; 2,02[	18
[2,02 ; 2,03[	9

$$\mu = \mu_{\bar{X}} = \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{6} n_i x_i}{n}$$

$$= \frac{(1{,}975)(7) + (1{,}985)(17) + (1{,}995)(25) + (2{,}005)(24) + (2{,}015)(18) + (2{,}025)(9)}{100}$$

$$= \mathbf{2{,}0006}$$

$$\sigma^2 = \frac{n}{n-1} S^2$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{6} n_i (x_i - \bar{x}_i)^2}{n} = 0{,}0138$$

$$\sigma^2 = \frac{100}{99} S^2 = 0{,}0139$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \sqrt{\boldsymbol{\sigma^2}} = \mathbf{0{,}1178}$$

$\mu \in \left]\bar{X} - \varepsilon_\alpha \sigma_{\bar{X}}\, , \bar{X} + \varepsilon_\alpha \sigma_{\bar{X}}\right[$ avec $\bar{X} = 2$, $\varepsilon_\alpha = 1.96$ parce que $\alpha = 0{,}05$

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{0{,}1178}{\sqrt{100}} = 0{,}01178$$

$$\mu \in \left]2 - 0{,}023\, , 2 + 0{,}023\right[$$

$$\boldsymbol{\mu} \in \left]\mathbf{1{,}977}\ ;\ \mathbf{2{,}023}\right[$$