

Module : Statistique de gestion

Niveau : 1^{ère} Année Master

Année académique : 2012/2013



Semestre : 1

Date : 24/02/2013

Durée : 2 heures

EXAMEN

- Documents autorisés : tables statistiques.
- Usage strictement personnel des calculatrices et des effaceurs.
- L'utilisation des téléphones portables comme calculatrices est interdite.
- Le soin et la présentation des copies des examens sont pris en considération.

ETUDE DE CAS : DÉCOUPAGE DES PLANCHES

Les planches utilisées pour la fabrication de tables sont débitées par une machine réglée pour produire des planches de longueur **195 cm**.

Afin de vérifier le réglage de la machine, on prélève au hasard et avec remise un échantillon de **25** planches après la première découpe. On mesure les longueurs de ces **25** planches et on obtient :

Longueur (en cm)	Nombre de planches
[189 - 191 [1
[191 - 193 [3
[193 - 195 [7
[195 - 197 [9
[197 - 199 [4
[199 - 201 [1

PARTIE (A) :

- Expliquer brièvement l'importance de **la théorie de l'échantillonnage** et de **l'inférence statistique**. [01 Point]
- Quelles sont les **deux types d'échantillonnage** pratiqués ? Expliquer leur différence. [01 Point]
- Quelle est la **méthode d'échantillonnage** utilisée dans ce cas ? Justifier votre réponse. [01 Point]
- Le tirage dans ce cas est-il **exhaustif** ? justifier votre réponse. [01 Point]
- Définir ce qu'est **l'estimation**. [01 Point]

PARTIE (B) :

1. Déterminer les caractéristiques de l'échantillon : la moyenne \bar{x} , la variance s^2 et l'écart-type s . (Arrondir à 10^{-2}). [02 Points]
2. Soit X la variable aléatoire qui, à une planche prélevée au hasard et avec remise, associe sa longueur. On suppose la loi de X normale de paramètres μ et σ . À partir des résultats obtenus dans l'échantillon précédent, proposer une estimation ponctuelle de la moyenne μ et de l'écart-type σ . [02 Points]
3. a. Soit \bar{X} la variable aléatoire qui, à chaque échantillon aléatoire de 25 planches, associe la longueur moyenne de ces planches. Quelle est la loi de probabilité suivie par la distribution d'échantillonnage de \bar{X} ? Déduire alors un intervalle de confiance de la moyenne μ des longueurs des planches, au niveau de confiance de 95 %. (Arrondir à 10^{-2}) [02 Points]
b. Même question au niveau de confiance de 90 %. [01 Point]
4. N'étant pas pleinement assuré du caractère normal de la distribution de la variable aléatoire X de la population mère, on décide d'agrandir la taille de l'échantillon à 100 planches ; on obtient pratiquement les mêmes caractéristiques pour sa moyenne \bar{x} et sa variance s^2 . Quelle est la nouvelle loi de probabilité de \bar{X} ? Déterminer le nouvel intervalle de confiance à 95 % de la moyenne μ des longueurs de planches. (Arrondir à 10^{-2}) [02 Points]
5. Déterminer la taille minimale n de l'échantillon qui permet d'estimer la moyenne des planches μ à 0,25 cm près, au niveau de confiance de 99 % ? [02 Points]
6. Commenter la précision des résultats d'estimation avec la variation du niveau de confiance et de la taille de l'échantillon. [01 Point]
7. Dans les faits, l'atelier qui utilise ces planches accorde une tolérance de longueur à : $L = 195 \pm 3 \text{ cm}$. Dans un échantillon de 100 planches, on a trouvé une proportion $p = 22 \%$ de planches qui ne sont pas aux normes $[192 - 198] \text{ cm}$. Donner une estimation ponctuelle de la proportion π de planches défectueuses. [01 Point]
8. Quelle est la loi de probabilité suivie par la distribution d'échantillonnage de la proportion p ? Déduire alors au niveau de confiance de 92 % un intervalle de confiance pour la proportion π des planches défectueuses. (Arrondir à 10^{-2}). [02 Points]