# ECOLE DES HAUTES ETUDES COMMERCIALES

**Module** : Statistique de Gestion
**Niveau** : 1ère année Master (TC)
**Groupes** : 1, 2, 7 et 8

**Année Académique** : 2013/2014
**Enseignant** : KHERRI Abdenacer
**Site web** : www.sg-ehec.jimdo.com

# 2 ème SERIE D'EXERCICES

**Thème :** Estimation.
**Objectifs :** Estimation ponctuelle (moyenne, variance et proportion), Estimation par intervalle de confiance (moyenne, variance et proportion).

## EXERCICE N° 01 :

Une entreprise utilise des camions pour transporter sa production. Elle dispose de **100** camions. Elle repère sur un échantillon de **30** jours choisis au hasard le nombre de camions en panne.

Voici les résultats :

**[ 5, 5, 6, 4, 6, 6, 8, 3, 5, 5, 5, 4, 3, 6, 5, 6, 4, 7, 6, 6, 5, 4, 3, 6, 5, 4, 5, 4, 5, 5 ]**

1. Calculer la moyenne $\bar{x}$ et l'écart-type $s$ du nombre de camions en panne chaque jour pour l'échantillon étudié.
2. À partir des résultats obtenus pour cet échantillon, proposer une estimation ponctuelle de la moyenne $\mu$ et de l'écart-type $\sigma$ du nombre de camions en panne chaque jour pour la population correspondant aux jours ouvrables de l'année.

## EXERCICE N° 02 :

Nous disposons d'un échantillon de **25** étudiants tirés de manière aléatoire dans la population étudiante ayant souscrit un emprunt. La dette moyenne dans cet échantillon est de **10290 DA**. On considère que la dette d'un étudiant ayant souscrit un emprunt suit une loi normale $N(\mu, \sigma)$.

L'écart-type de cette dette sur l'ensemble de la population étudiante ayant souscrit un emprunt, est supposé connu $\sigma = 2500$ **DA**.

1. Construisez un intervalle de confiance à **90 %** pour estimer la dette moyenne $\mu$ de l'ensemble de la population étudiante ayant souscrit un emprunt.
2. Même question pour un intervalle de confiance à **99 %**.
3. Expliquez l'effet de l'augmentation du niveau de confiance sur la longueur de l'intervalle.

## **EXERCICE N° 03** :

On a mesuré la capacité (en microfarad) de **25** condensateurs, on a trouvé une moyenne $\overline{\boldsymbol{x}} = \mathbf{2,086}$ et un écart-type $\boldsymbol{s} = \mathbf{0,079}$.

Déterminer les intervalles de confiance de l'estimation de la moyenne $\boldsymbol{\mu}$ de la population normale de référence, en choisissant un risque de **5 %**, puis de **1%**.

Est-il normal que le second intervalle soit plus grand que le premier ?

## **EXERCICE N° 04** :

Echantillon aléatoire de taille **10** prélevé d'une population qui suit la loi normale, cet échantillon a donné une variance de $\boldsymbol{s^2} = \mathbf{117,12}$

Trouvez l'intervalle de confiance pour la variance de la population à seuil de **95%**

## **EXERCICE N° 05** :

Le pourcentage des fumeurs d'une ville est $\boldsymbol{\pi}$, on a prélevé un échantillon de **200** individus de cette ville et on a trouvé que **60** individus de cet échantillon sont des fumeurs.

Trouver l'intervalle de confiance pour la proportion de la population de cette ville à un seuil de confiance de **99 %**

## **EXERCICE N° 06** :

L'airbag (ou coussin gonflable) est un système de sécurité de plus en plus souvent installé dans les automobiles, son gonflement est assuré par un dispositif pyrotechnique dont les caractéristiques importantes sont la moyenne et l'écart-type du délai entre la mise à feu et l'explosion. Lors de l'étude d'un certain type de dispositif d'allumage, les résultats des mesures, effectuées sur **10** exemplaires, ont été (en millisecondes)[1] :

**{28, 28, 31, 31, 33, 30, 31, 27, 32, 29}**.

a. Déterminer, au risque de **5%**, l'intervalle de confiance de la moyenne du délai si on connaît l'écart-type de la population de référence et qu'il est égal à **2**.
b. Déterminer ce même intervalle si on ne connaît pas l'écart-type de la population de référence.
c. Déterminer, au même risque, l'intervalle de confiance de la variance du délai, dont on déduira celui de l'écart-type dans le cas où on ne connaît pas l'écart-type de la population de référence.

---

1 . Source de l'exercice : http://tice.inpl-nancy.fr/modules/unit-stat/chapitre4/index.html

## CAS N° 1 ( Variation du coefficient de confiance ) :

On considère que les membres de la fédération Algérienne de volley-ball ont une taille dont la distribution est une distribution normale d'écart-type $\boldsymbol{\sigma = 10}$ cm. Avec cette hypothèse, on se propose d'estimer la moyenne $\boldsymbol{\mu}$ de la taille des membres de la fédération à partir d'un échantillon constitué d'un club dont l'effectif est $\boldsymbol{n = 49}$ joueurs, dont la moyenne des tailles est $\boldsymbol{\bar{x} = 178}$ cm. On assimile cet échantillon à un échantillon prélevé au hasard et avec remise parmi la population des membres de cette fédération.

On rappelle que la variable aléatoire $\boldsymbol{\bar{X}}$ qui à tout échantillon d'effectif $\boldsymbol{n = 49}$ prélevé au hasard et avec remise dans cette population, associe la moyenne des tailles des joueurs de cet échantillon suit la loi normale $\boldsymbol{\mathcal{N}(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})}$.

Dans ce qui suit, tous les résultats sont à arrondir à $\mathbf{10^{-1}}$

1. Déterminer une estimation de $\boldsymbol{\mu}$ par un intervalle de confiance avec le coefficient de confiance **95 %**.
2. Même question avec le coefficient de confiance **90 %**, puis avec le coefficient de confiance **99 %**.
3. Qu'observe-t-on sur les intervalles de confiance de la moyenne $\boldsymbol{\mu}$ de la population obtenus à partir d'un même échantillon lorsque le coefficient de confiance varie ?

## CAS N° 2 ( Recherche de l'effectif d'un échantillon )

Sur une portion de route où la vitesse des véhicules est limitée à **90 km/h**, on effectue un contrôle des vitesses avec un instrument de mesure de grande précision.

On mesure la vitesse (en km/h) d'un véhicule sur vingt et on obtient les résultats suivants pour un échantillon de **100** véhicules que l'on assimile à un échantillon obtenu par prélèvement aléatoire avec remise :

| Vitesse (en km/h) | Effectif |
|---|---|
| [ 75 - 80 [ | 5 |
| [ 80 - 85 [ | 10 |
| [ 85 - 90 [ | 20 |
| [ 90 - 95 [ | 36 |
| [ 95 - 100 [ | 15 |
| [ 100 - 105 [ | 8 |
| [ 105 - 110 [ | 6 |

1. Déterminer la moyenne $\overline{x}$ et l'écart-type $s$ des vitesses pour cet échantillon en admettant que dans chaque classe tous les éléments sont au centre. Arrondir à $\mathbf{10^{-2}}$.

2. A partir des résultats obtenus pour cet échantillon, proposer une estimation ponctuelle de la moyenne $\mu$ et de l'écart-type $\sigma$ des vitesses des **2000** véhicules de la population observée.

3. On suppose que la variable aléatoire $\overline{X}$ qui à tout échantillon de taille $n = 100$ obtenu comme précédemment, associe la moyenne des vitesses des véhicules de cet échantillon suit la loi normale $\mathcal{N}(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$. On prend pour la valeur de $\sigma$ l'estimation ponctuelle obtenue au 2$^{ème}$ question. Déterminer un intervalle de confiance de la vitesse moyenne $\mu$ de la population avec le coefficient de confiance **99 %**.

4. Quelle doit être la taille minimale de l'échantillon pour connaitre, avec le coefficient de confiance **95 %**, la vitesse moyenne de la population à **0,5 km/h** près ?

## CAS N° 3 ( Estimation d'une proportion par un intervalle de confiance )

Une centrale d'achat fournit des poulets élevés en plein air à une chaine d'hypermarchés. Une étude de marché a montré qu'un poulet se vend mal lorsque son poids est inférieur ou égale à **1** kilogramme.

Avant leur conditionnement et leur mise en vente en grande surface, les poulets sont stockés dans un entrepôt frigorifique. On s'intéresse au stock de ces poulets une journée.

On considère un échantillon de **100** poulets prélevés au hasard et avec remise dans le stock de poulet, on constate qu'il contient **4** poulets dont le poids est inférieur ou égal à **1kg**.

1. Donner une estimation ponctuelle pour la proportion $\pi$ de poulets dont le poids est inférieur ou égal à **1kg**.

2. Soit $P$ la variable aléatoire qui, à tout échantillon de **100** poulets prélevés au hasard et avec remise dans le stock de poulets, associe le pourcentage de poulets de cet échantillon dont le poids est inférieur ou égale à **1kg**. On suppose que $P$ suit la loi normale $\mathcal{N}(p, \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{100}})$ où $\pi$ est la proportion inconnue de poulets dont le poids est inférieur ou égal à **1kg**.

   **a)** Déterminer un intervalle de confiance pour la proportion $\pi$ avec le coefficient de confiance **95 %**, les bornes seront arrondies à $\mathbf{10^{-3}}$.

   **b)** On considère l'affirmation suivante : "la proportion $\pi$ est obligatoirement dans l'intervalle de confiance obtenu à la question **a**", cette affirmation est-elle vraie ?