

Module : Statistique de Gestion

Cycle : 1^{ère} année Master (TC)

Année Académique : 2013/2014



Semestre : 1

Date : 16/02/2014

Durée : 1h30

EXAMEN

- Documents autorisés : tables statistiques.
- Usage strictement personnel des calculatrices et des effaceurs.
- Utilisation des téléphones portables comme calculatrices interdite.
- Le soin et la présentation des copies des examens seront pris en considération.

EXERCICE 1 (16 points)

Une machine fabrique des CD Rom en grande quantité; on suppose que la variable aléatoire X qui, à chaque CD tiré au hasard et avec remise, associe son diamètre en centimètre. On suppose que X suit une loi normale de paramètres $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$ où $\sigma = 2,1$ mm.



1. Soit \bar{X} la variable aléatoire qui, à chaque échantillon aléatoire de taille $n = 49$, associe la moyenne des diamètres des CD de cet échantillon. Quelle est la loi de probabilité suivie par la distribution d'échantillonnage ? [1 point]
2. On considère que la variable aléatoire X suit une loi normale de moyenne $\mu = 12,8$ et d'écart-type $\sigma = 2,1$.
 - Calculer la moyenne de la distribution d'échantillonnage des moyennes $\mu_{\bar{X}}$ pour cet échantillon.
 - Calculer l'écart-type de la distribution d'échantillonnage des moyennes $\sigma_{\bar{X}}$ pour cet échantillon. [4 Points]
 - Trouver la probabilité que cet échantillon ait une moyenne :
 - Comprise entre 13 et 14.
 - Inférieur à 13.
3. On suppose toujours que X suit une distribution normale d'écart-type $\sigma = 2,1$. On se propose d'estimer la moyenne μ des diamètres des CD à partir d'un échantillon de taille $n = 49$, dont la moyenne de cet échantillon est de $\bar{x} = 12,8$. On rappelle que la variable aléatoire \bar{X} suit la loi normale $\mathcal{N}(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{49}})$. [5 Points]
 - Déterminer une estimation de μ par un intervalle de confiance au risque de 5%.
 - Même question au niveau de confiance 99 %.
 - Commenter vos résultats.
4. Quelle doit être la taille minimale de l'échantillon pour connaître, au niveau de confiance 95 % la moyenne des diamètres des CD à 0,4 mm près ? [2 Points]

5. Une étude préalable a montré que, dans un échantillon de 49 CD, 3 % sont défectueux.
- Donner une estimation ponctuelle de la proportion π des CD défectueux.
 - Quelle est la loi de probabilité suivie par la distribution d'échantillonnage de la proportion ?
 - Déterminer alors au niveau de confiance de 95,44 % un intervalle de confiance pour la proportion π des CD défectueux.
- [4 Points]

EXERCICE 2 (4 points)

- a. Montrer que : $s^2 = \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})^2$ est un estimateur biaisé de σ^2 .
- b. Montrer que : $\hat{s}^2 = \frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})^2$ est un estimateur sans biais de σ^2 .
- [4 Points]